



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO, IPRJ-UERJ

Modelamiento de fluidos en medios porosos y Aplicaciones

Mariella Janette Berrocal Tito

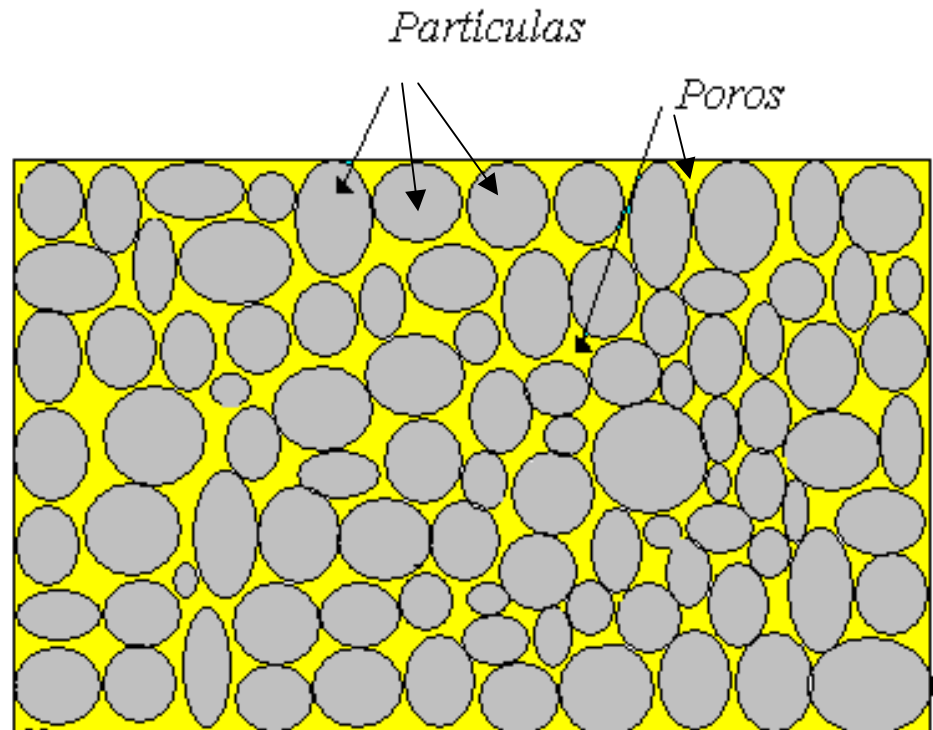
mabet99@yahoo.com

Antonio José da Silva Neto

Francisco Duarte Moura Neto

QUE SON MEDIOS POROSOS?

Medio poroso: es aquel medio que tiene huecos entre las partículas de las que esta compuesto.



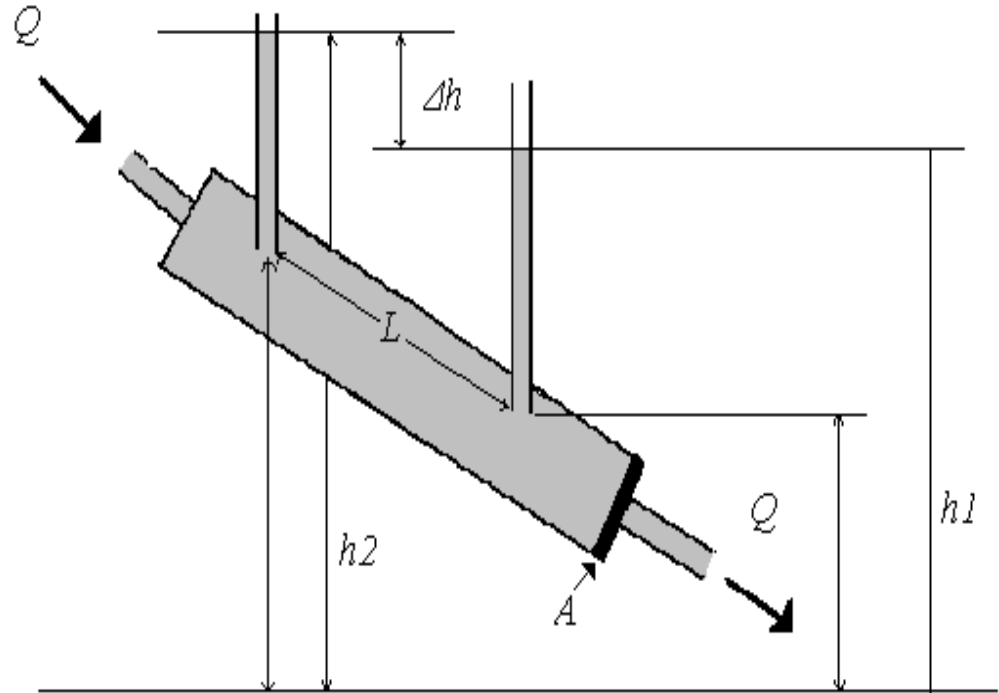
Fluido: se define como una sustancia que sufre una deformación continua cuando se le aplica un esfuerzo cortante. Líquidos y gases.

En 1856 el ingeniero Henry Darcy, experimentalmente encontró la siguiente relación.

Que el caudal de agua que atraviesa un medio poroso, depende del gradiente de presión,

Factores geométricos,
la longitud, el area del medio

Permeabilidad:
conductividad hidráulica



$$Q = -KA \frac{\Delta h}{L}$$

$$Q = -KA \frac{\Delta h}{L}$$

Caudal = area*velocidad

$$v = \frac{Q}{A} = -K \frac{\Delta h}{L}$$

Permeabilidad= $K = \frac{k}{\mu}$

Viscosidad, propiedad de un fluido que tiende a oponerse a su flujo cuando se le aplica una fuerza. Los fluidos de alta viscosidad presentan una cierta resistencia a fluir; los fluidos de baja viscosidad fluyen con facilidad.

$$v = -\frac{k}{\mu} \nabla P$$

Que necesitamos para modelar un fluido en un medio poroso,

Necesitamos de:

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p$$

Ec. gobernante de flujo
Ley de Darcy

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

Ec. Conservación o de
Balance del flujo

Para determinar el camino de una perturbación:

$$\frac{d\phi}{dt} + v_x \frac{d\phi}{dx} + v_y \frac{d\phi}{dy} = 0$$

Por que se estudia y se modela el paso del fluido en un medio poroso?

En la explotación del petróleo

En la agricultura, transporte de contaminantes en aguas subterráneas.

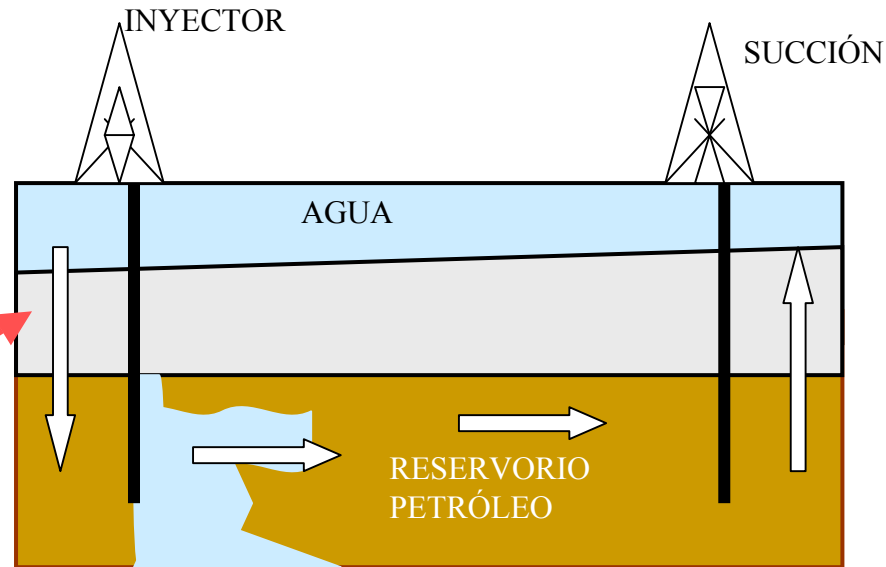
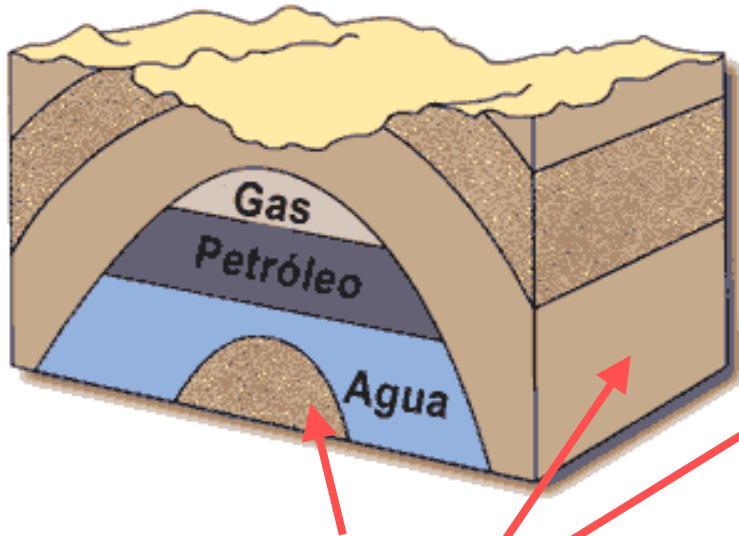
En medio ambiente, para simular accidentes, evaluar daños, prevenir posibles accidentes por contaminación ambiental.

En procesos industriales, construcción de equipos, filtros, torres de absorción, etc

Por que se desea conocer la permeabilidad de un medio poroso?

En la industria del petróleo

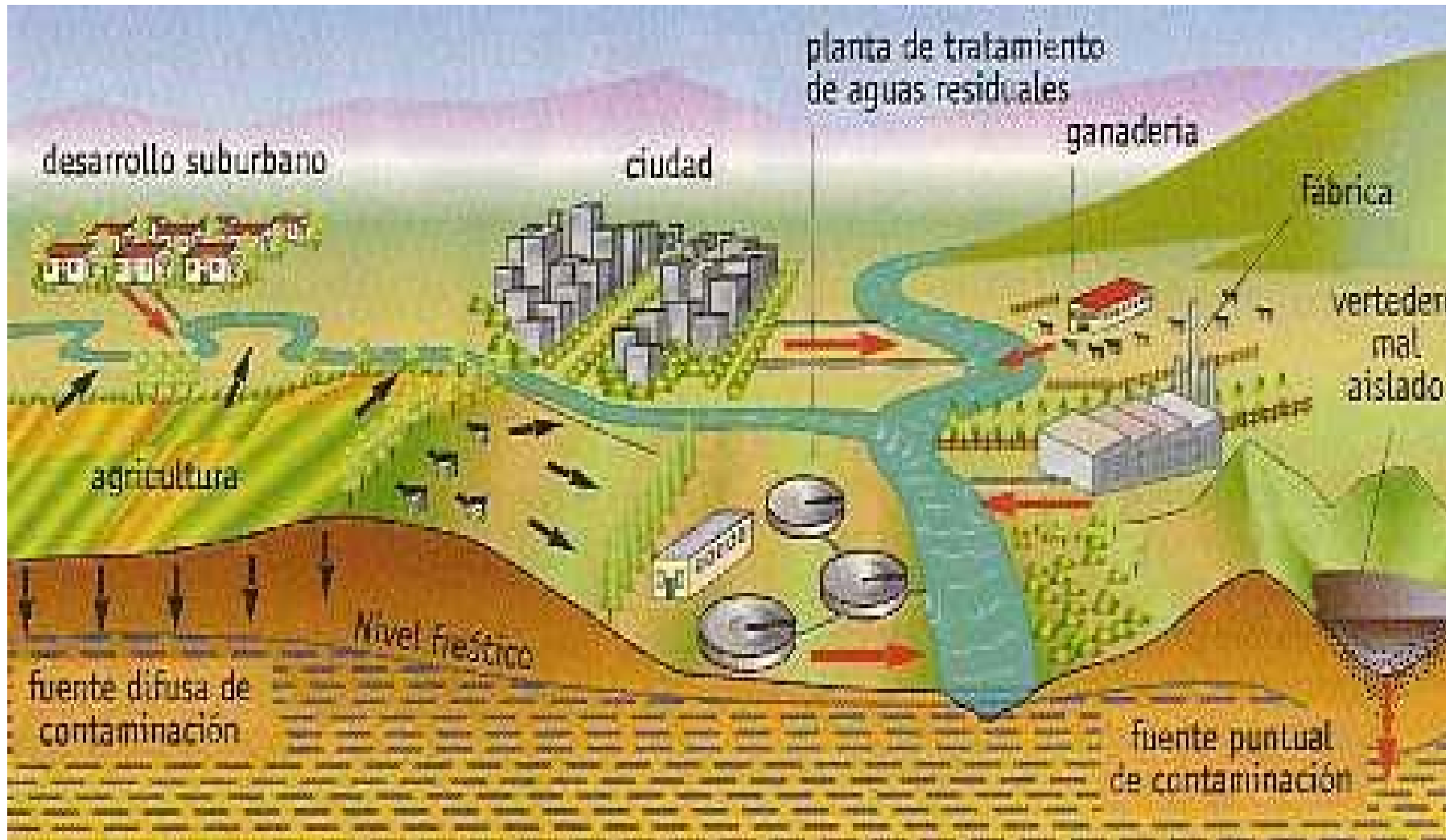
Localización Típica del Petr6leo



Rocas impermeables

- Para determinar el camino que sigue el fluido
- En que lugares pueden ser colocados los pozos
- Que calidad de agua se debe de usar

Contaminación en aguas subterráneas



- Evaluar posibles daños
- Prevenir de posibles accidentes

Quienes desarrollan o emplean estos modelos?

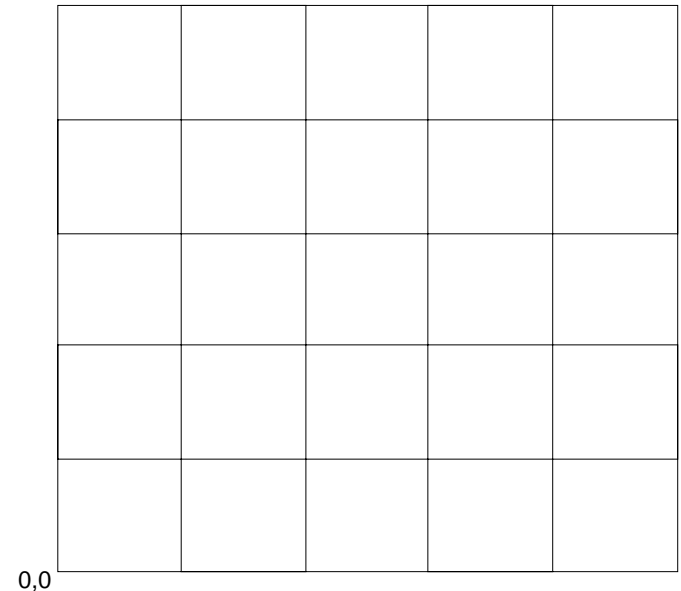
- Matemática
- Física
- Ing. química
- Ing. petroquímica
- Ing. Civil,
- Ing. Ambiental
- Ing. Agrícola
- Ing. Metalúrgica
- Geólogos
- etc

Cómo se determina el campo de velocidades?

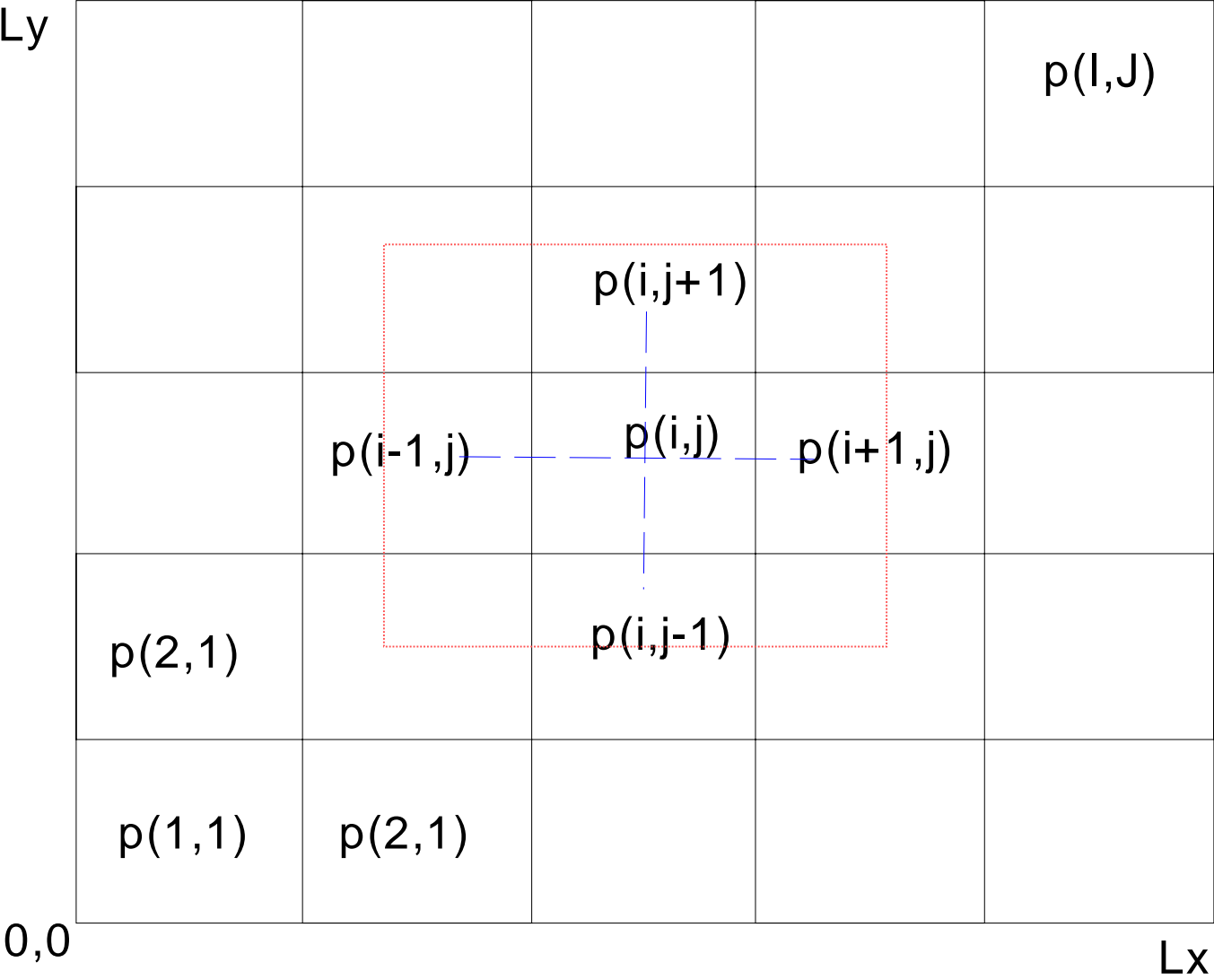
Para determinar el campo de velocidades es necesario discretizar el medio

Metodos usados para discretizar el dominio

- Método de diferencias finitas
- Método de elementos finitos
- Método de volumen finitos

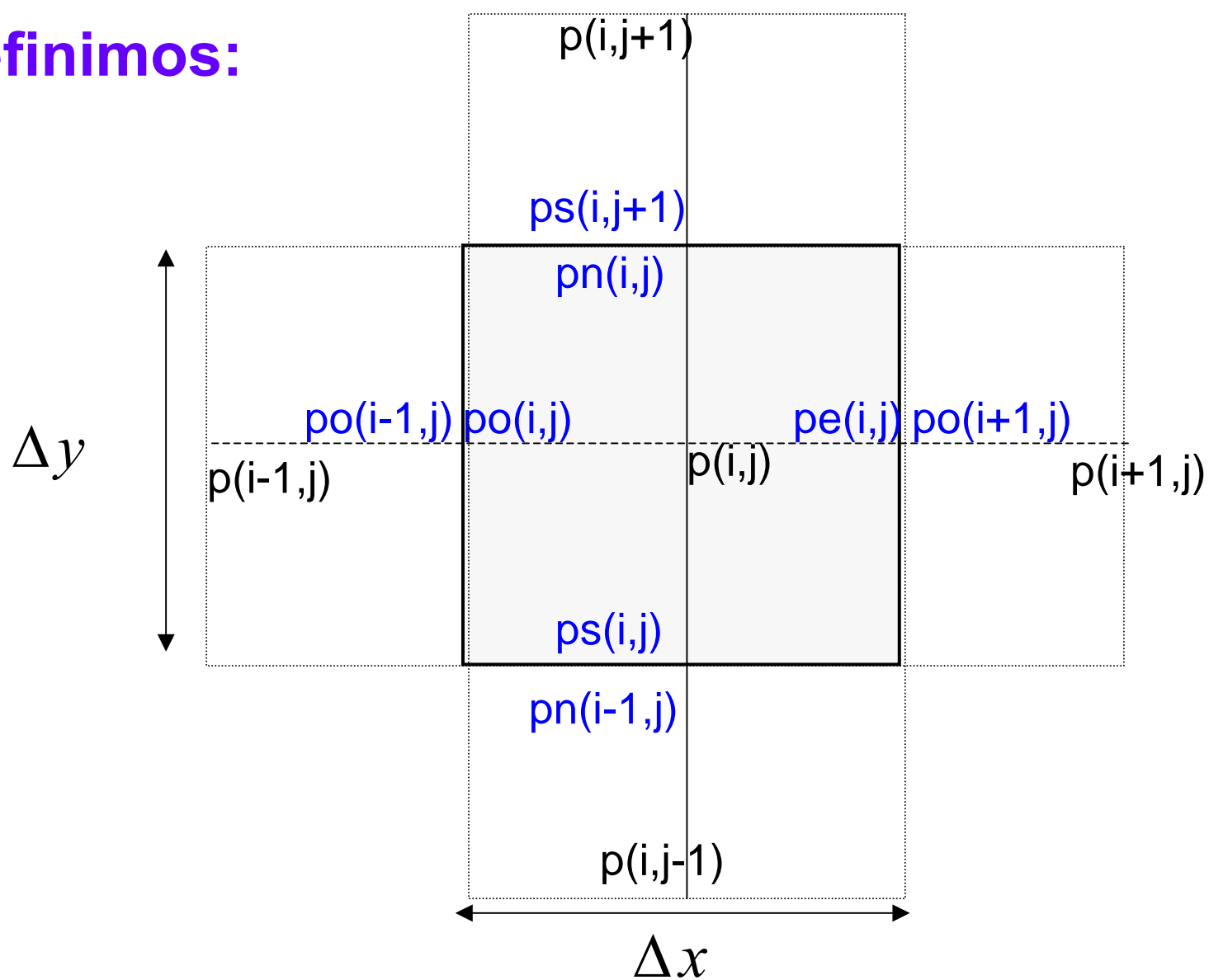


Discretización del dominio



$I=5, J=5$

Definimos:

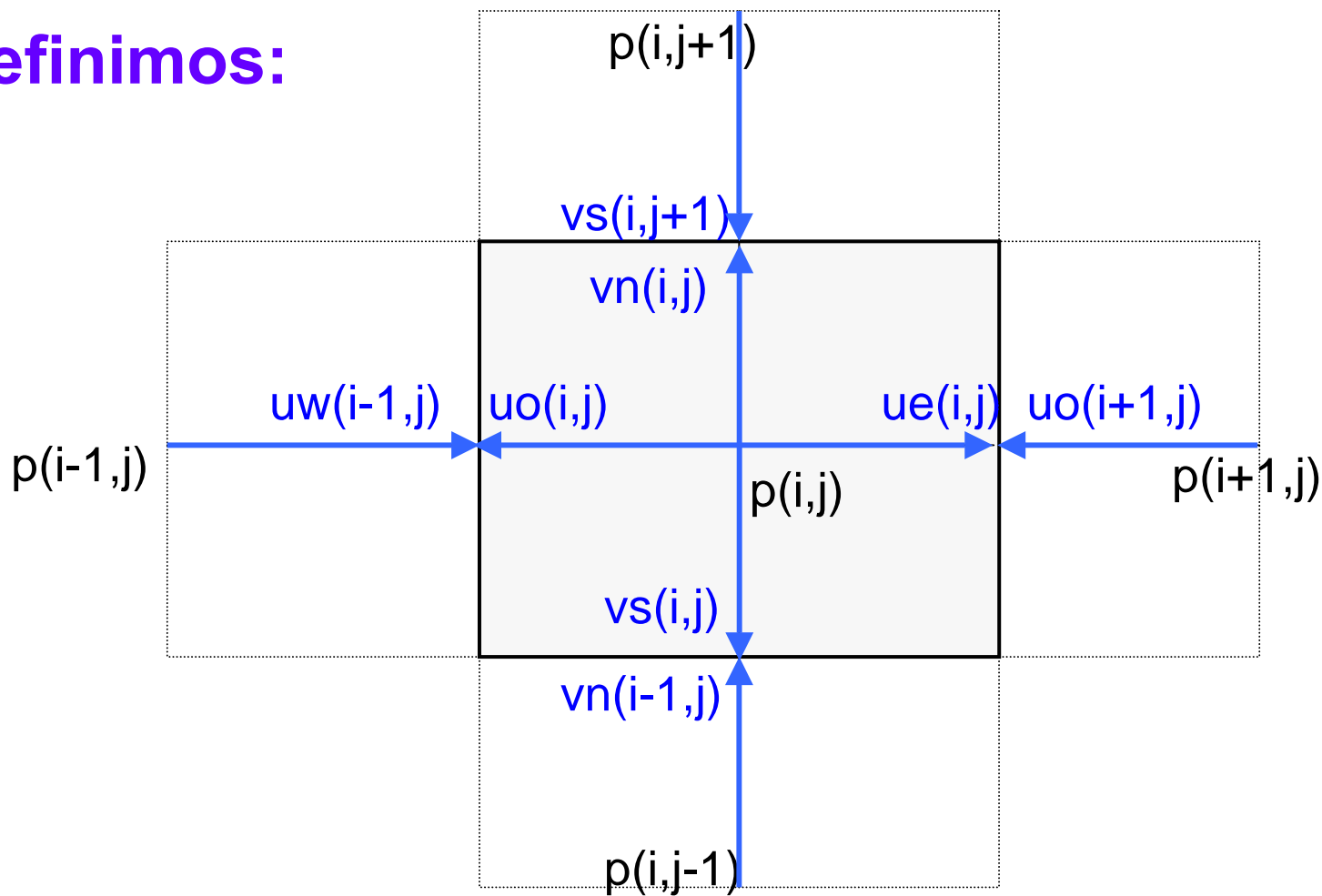


Condición de Dirichlet:

$$pn(i, j) = ps(i, j + 1) \quad pe(i, j) = po(i + 1, j)$$

$$ps(i, j) = pn(i, j - 1) \quad po(i, j) = pe(i - 1, j)$$

Definimos:



Condición de Neuman:

$$v_n(i, j) = -v_s(i, j+1) \quad u_e(i, j) = -u_o(i+1, j)$$

$$v_s(i, j) = -v_n(i, j-1) \quad u_o(i, j) = -u_e(i-1, j)$$

$$p_n(i, j) - p_s(i, j+1) = \beta (v_n(i, j) + v_s(i, j+1)) ,$$

Condición de Robin:

$$p_e(i, j) - p_s(i+1, j) = \beta (v_e(i, j) + v_o(i+1, j)) , \dots$$

Luego la Ecuación de balance de masa: $div \ v = f$

$$\frac{2ue(i, j) + 2uo(i, j)}{\Delta x} + \frac{2vn(i, j) + 2vs(i, j)}{\Delta y} = f(i, j)$$

y la ecuación de Darcy: $v = -\frac{k}{\mu} \nabla p \iff \frac{\mu}{k} v + \nabla p = 0$

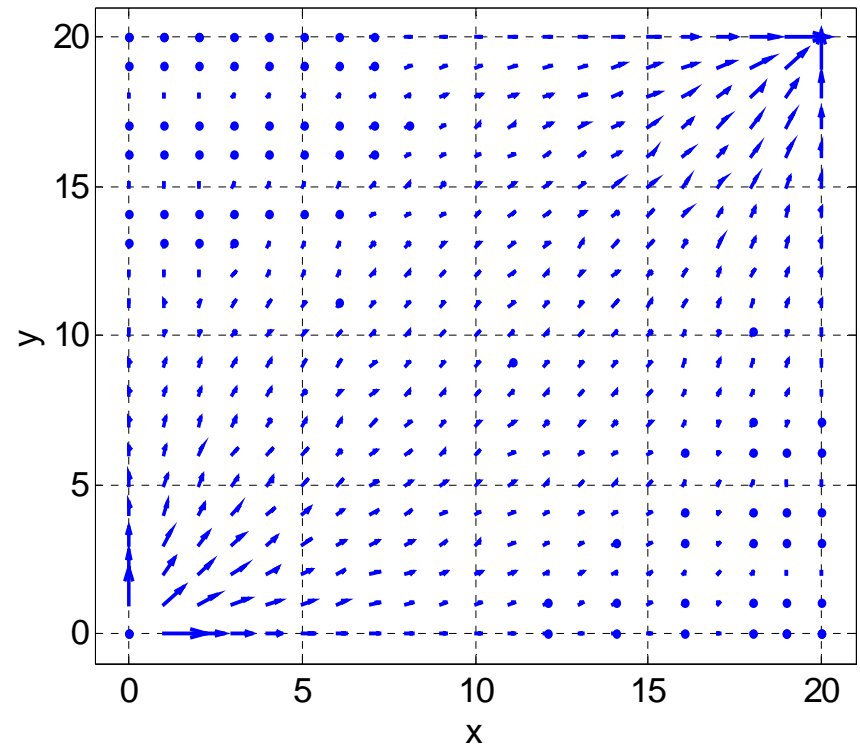
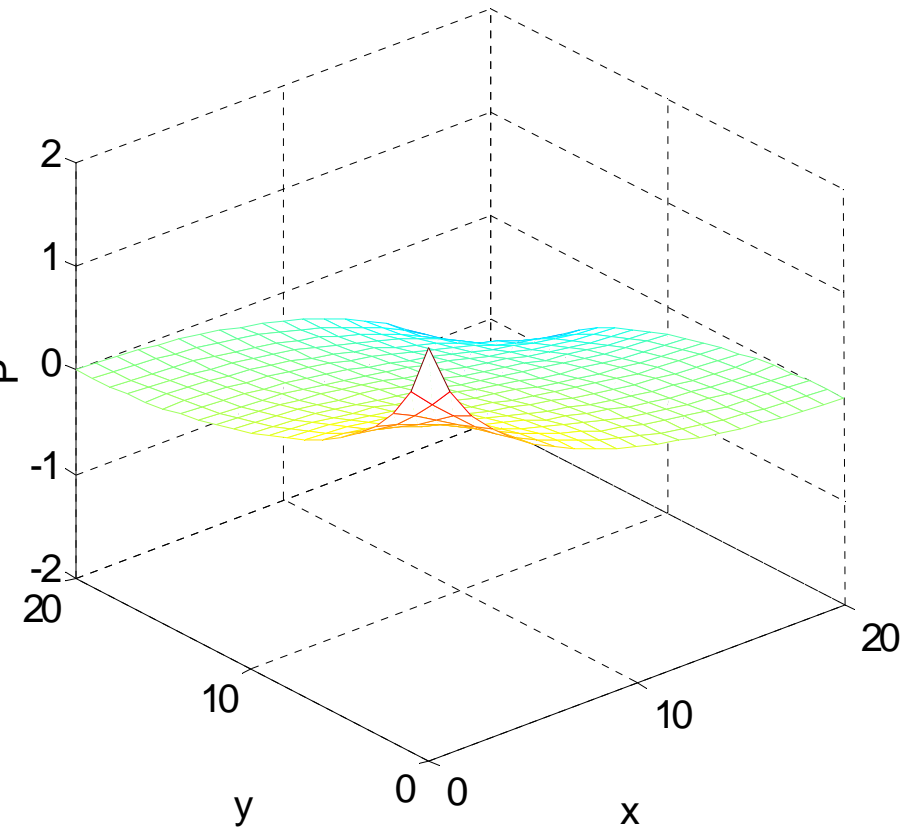
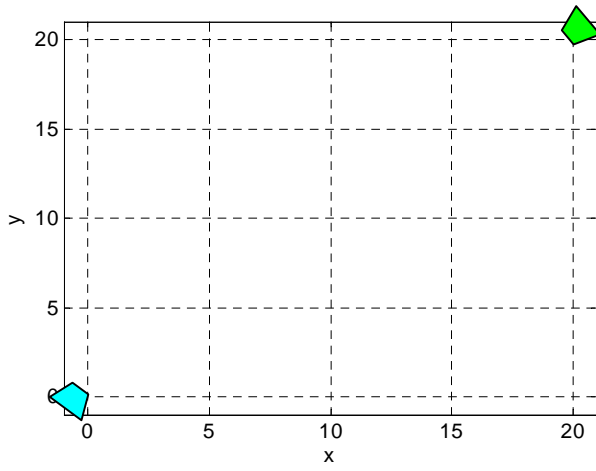
$$\frac{\mu(i, j)}{k(i, j)} (ue(i, j) - uo(i+1, j)) + \frac{p(i+1, j) - p(i, j) + pe(i, j) - po(i+1, j)}{\Delta x} = 0$$

$$\frac{\mu(i, j)}{k(i, j)} (vn(i, j) - vs(i, j+1)) + \frac{p(i, j+1) - p(i, j) + pn(i, j) - ps(i, j+1)}{\Delta x} = 0$$

$$p^{\gamma+1}(i, j) = \left\{ \begin{aligned} & f(i, j) + 2 \frac{\xi^x(i, j)}{\Delta x} (po^\gamma(i+1, j) + pe^\gamma(i-1, j)) + \beta (uo^\gamma(i+1, j) + ue^\gamma(i-1, j)) + \\ & 2 \frac{\xi^y(i, j)}{\Delta y} (ps^\gamma(i, j+1) + pn^\gamma(i, j-1)) + \beta (vs^\gamma(i, j+1) + vn^\gamma(i, j-1)) \end{aligned} \right\} \frac{1}{\xi(i, j)}$$

Ejemplo

Con esta ecuación podemos encontrar la distribución de las presiones y el campo de velocidades



Cómo se modela una perturbación?

Métodos que se emplean?

Una vez determinado el campo de velocidades
Podemos determinar el comportamiento de una
perturbación en el tiempo

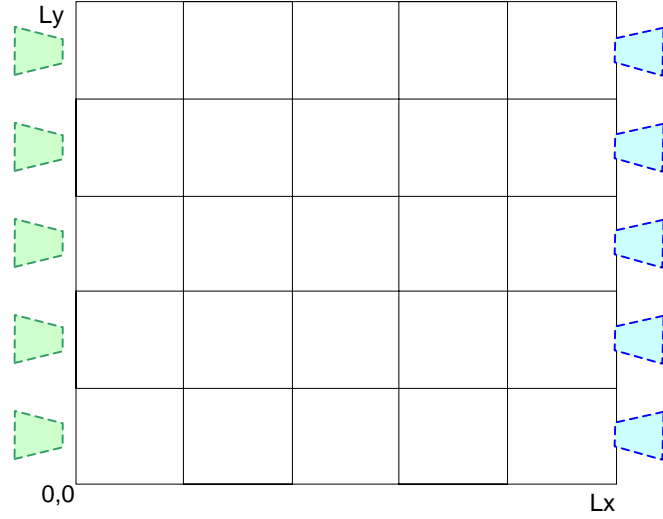
$$\frac{d\phi}{dt} + v_x \frac{d\phi}{dx} + v_y \frac{d\phi}{dy} = 0$$

Se emplean en la discretización del dominio y
del tiempo

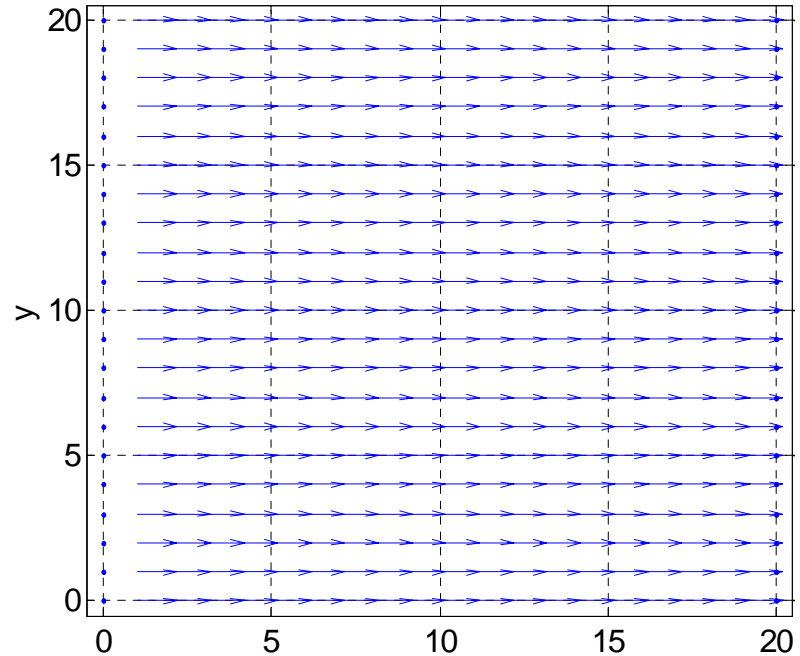
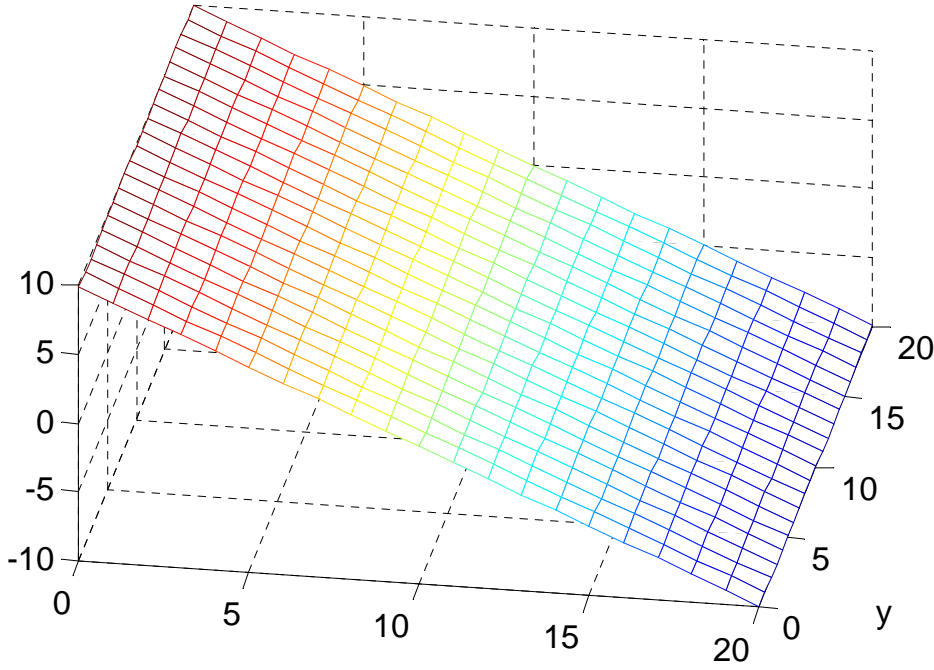
-Método de diferencias finitas

-Método de lagrangeano de curvas de nivel

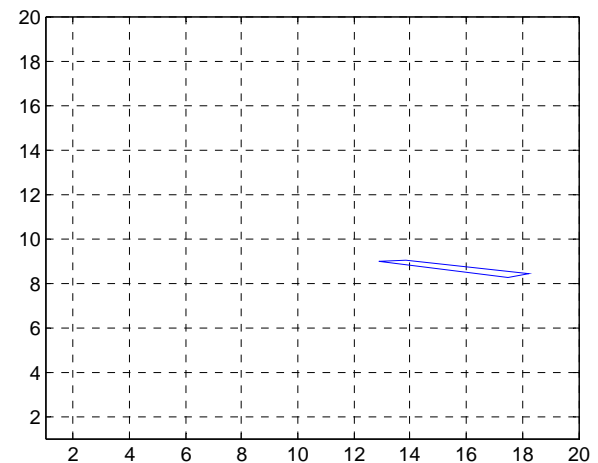
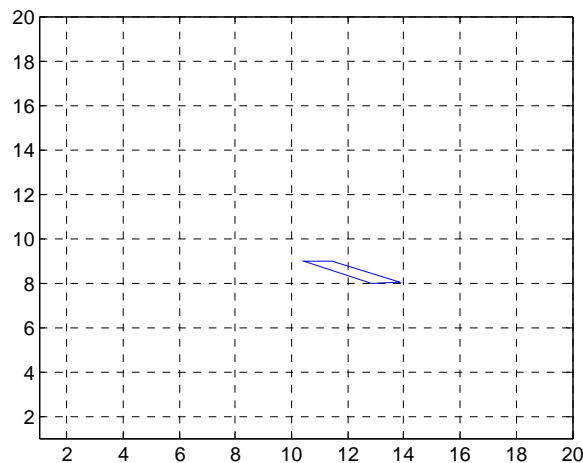
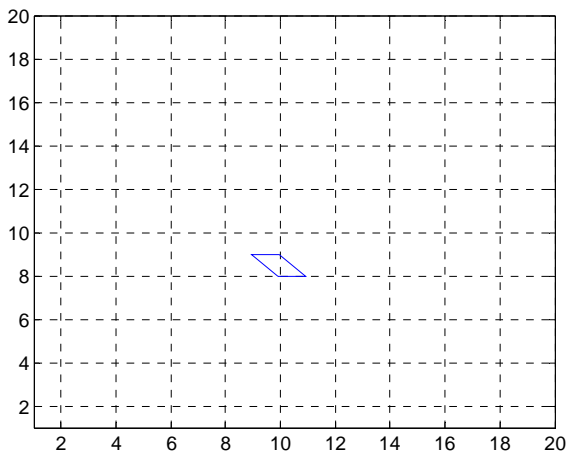
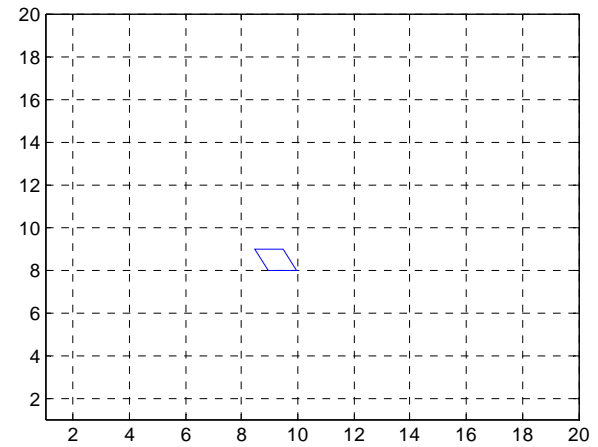
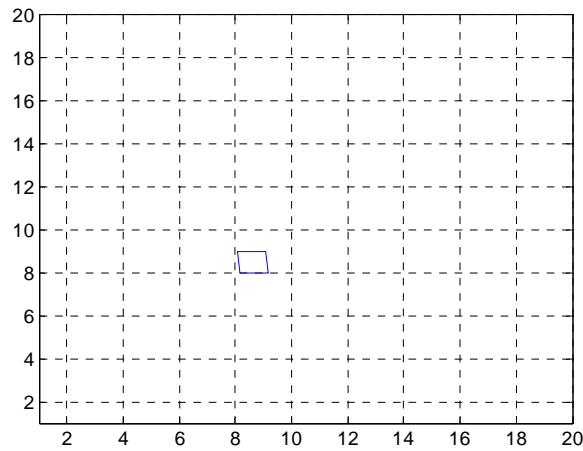
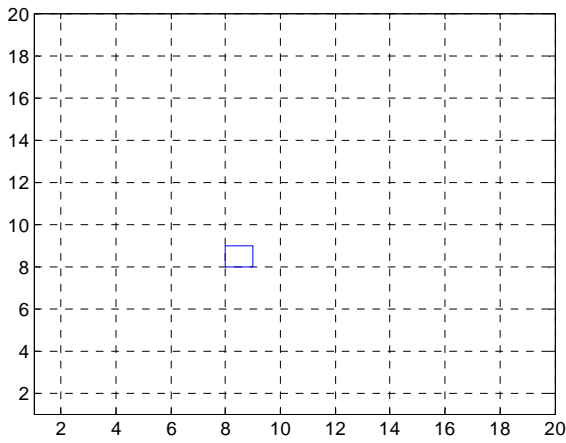
Y simular la trayectoria de un trazador



Según las posiciones de las fuentes
Obtenemos el campo de velocidades



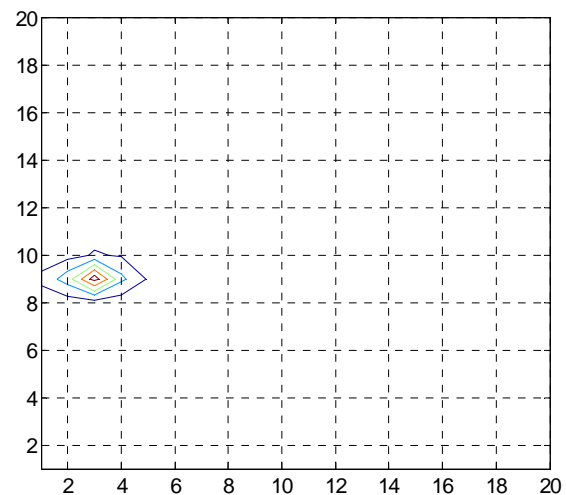
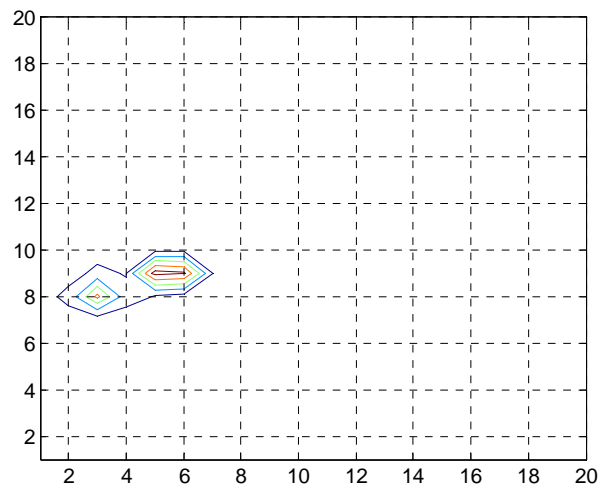
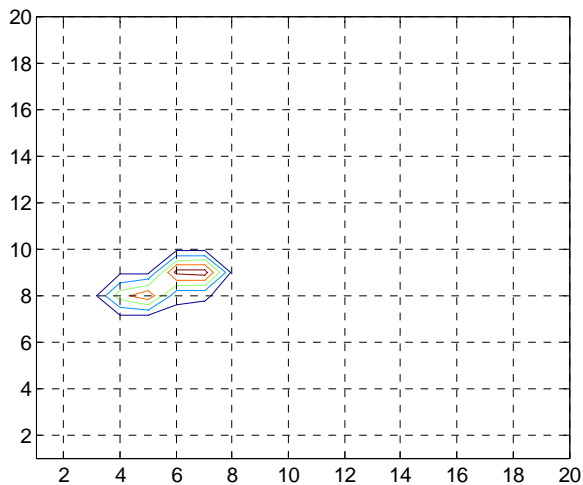
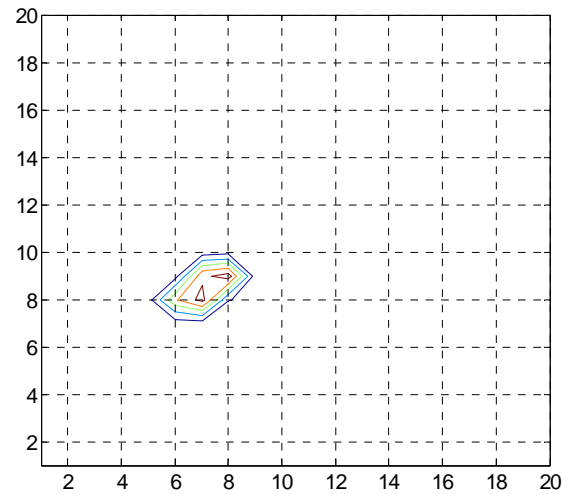
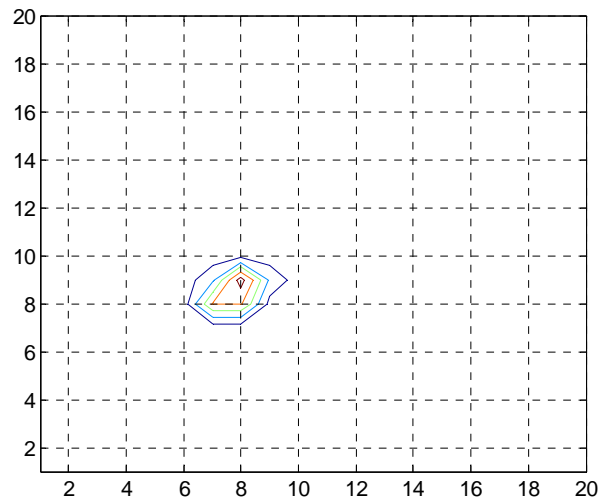
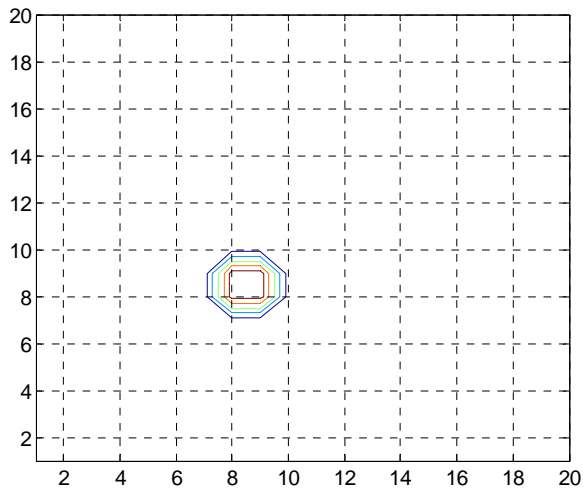
Y simular la trayectoria de un trazador



En tiempo creciente, 0,3,5,10,15,20s

Resultado obtenido con el metodo semi lagrangeano de las curvas de nivel

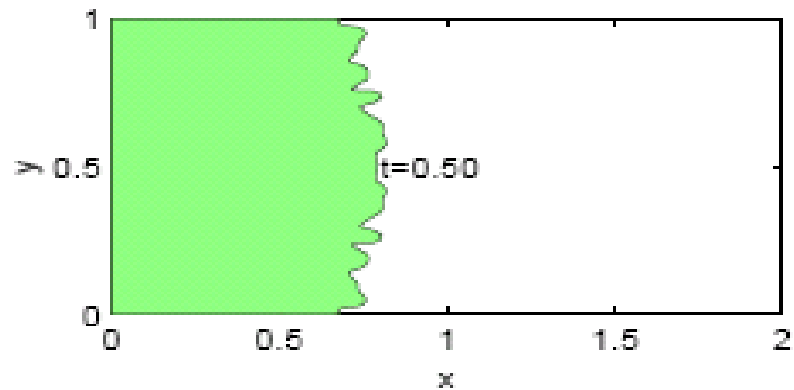
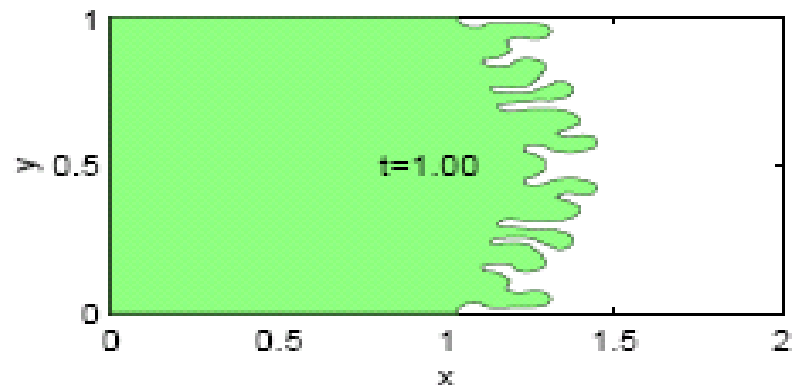
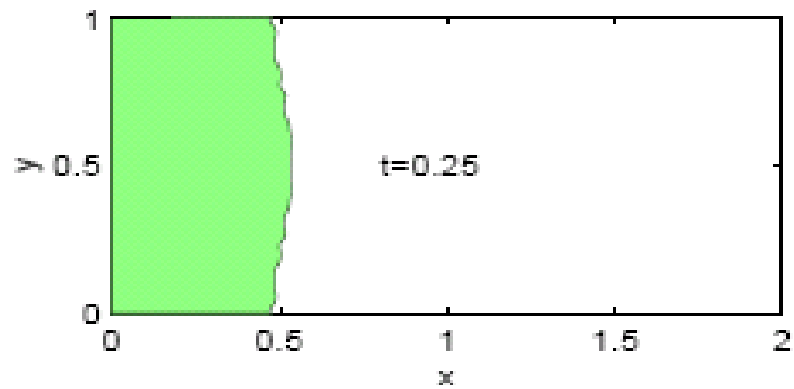
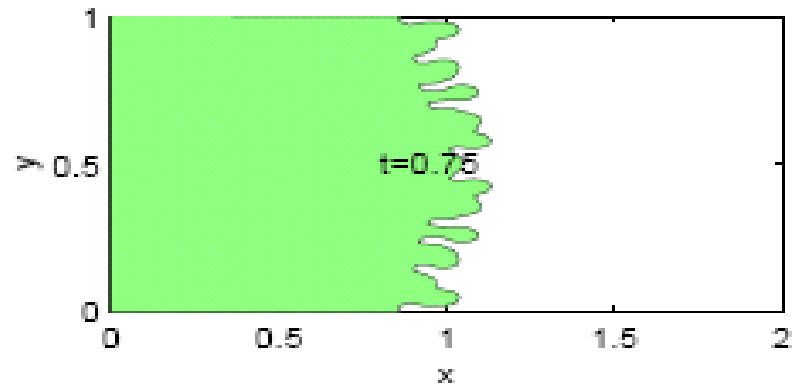
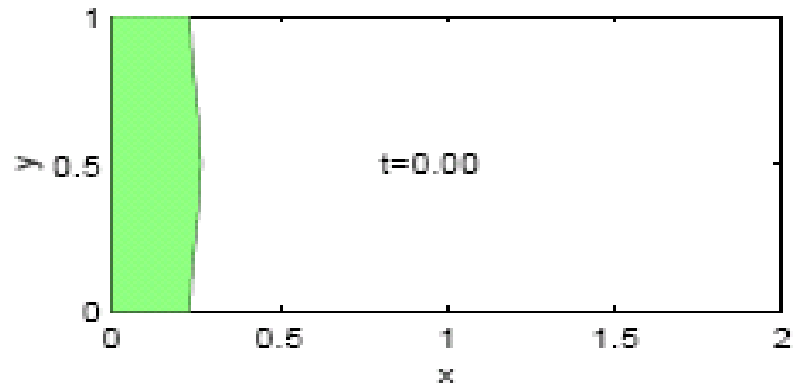
Y simular la trayectoria de un trazador



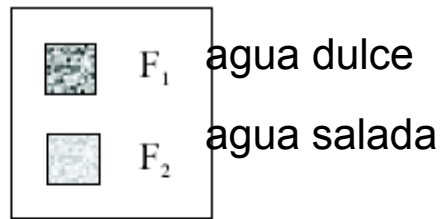
En tiempo decreciente, 0 –5,-10, -20, -30, -50s.

Resultado obtenido con el método de diferencia finitas

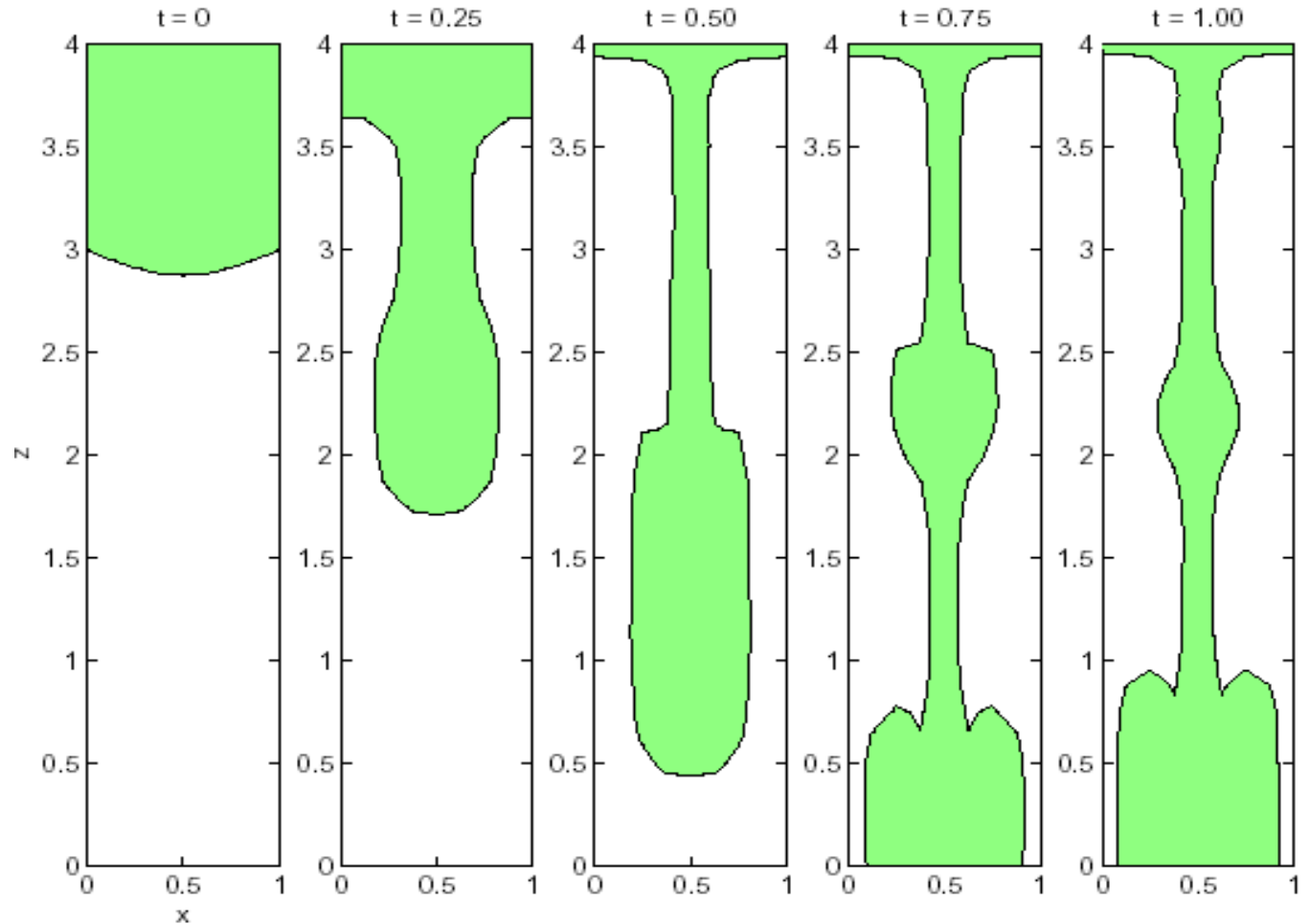
Resultados

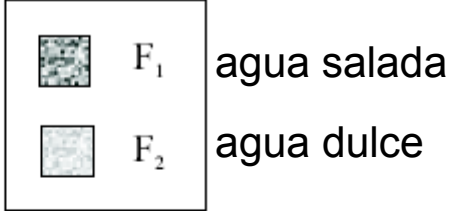


Número de onda = 1

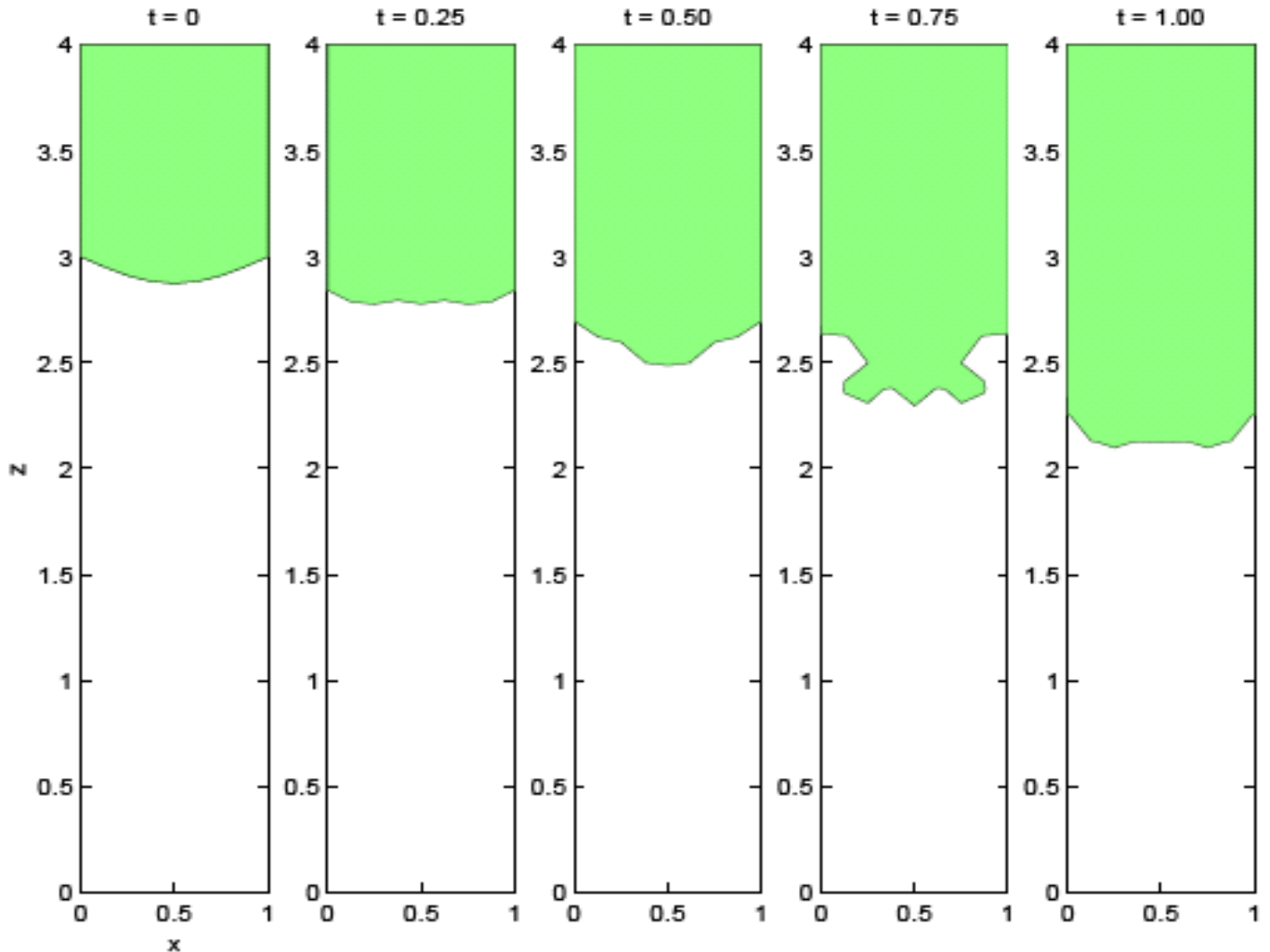


medio poroso saturado por agua salada mas densa y viscosa que el agua dulce








medio poroso saturado por agua dulce menos densa y viscosa que el agua salada




Resultados obtenidos por Moura Neto y Goncalves

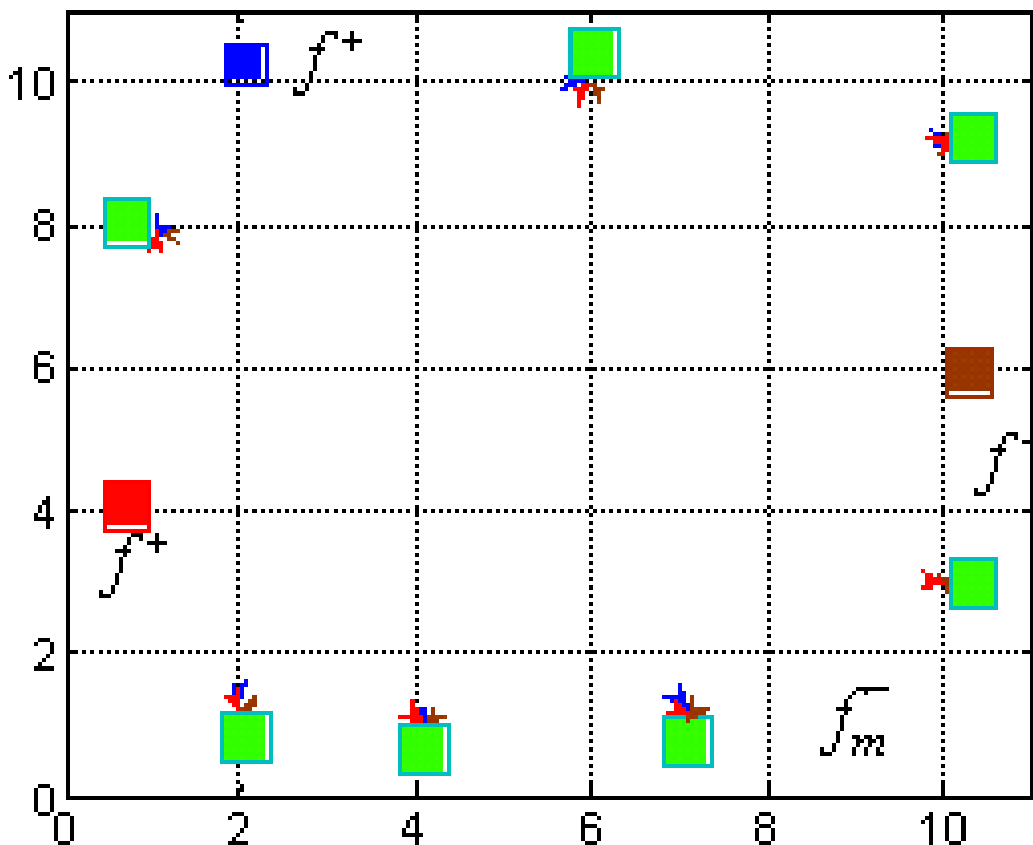
En que trabajamos?

En tratar de estimar la permeabilidad del medio a partir de la presión medida en los:
pozos inyectores:

f^+   

pozos productores:

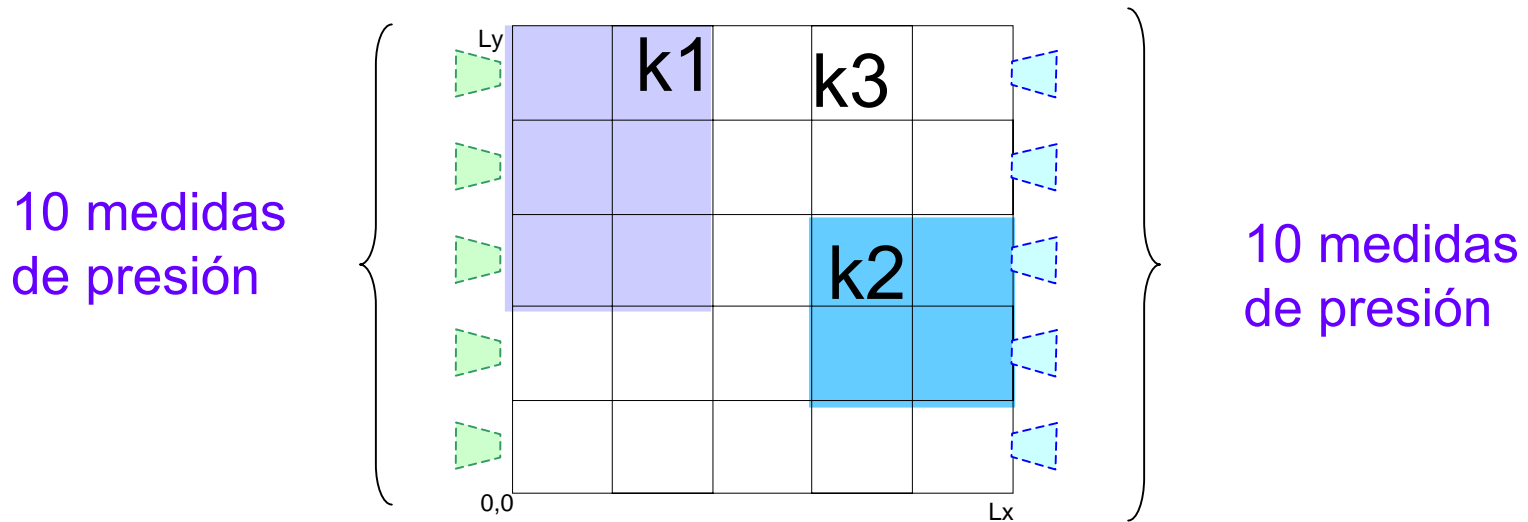
f^- 



Como lo resolvemos?

Si conocemos la geometria de los medios que forman el dominio, y tenemos mas incógnitas que datos podemos utilizar los metodos de mínimos cuadrados y Levenberg Marquardt

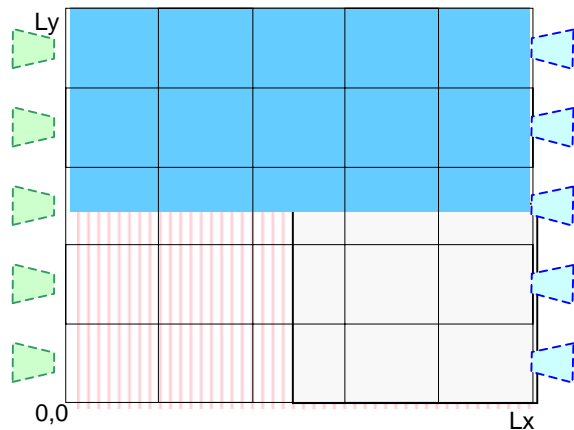
Ejemplo



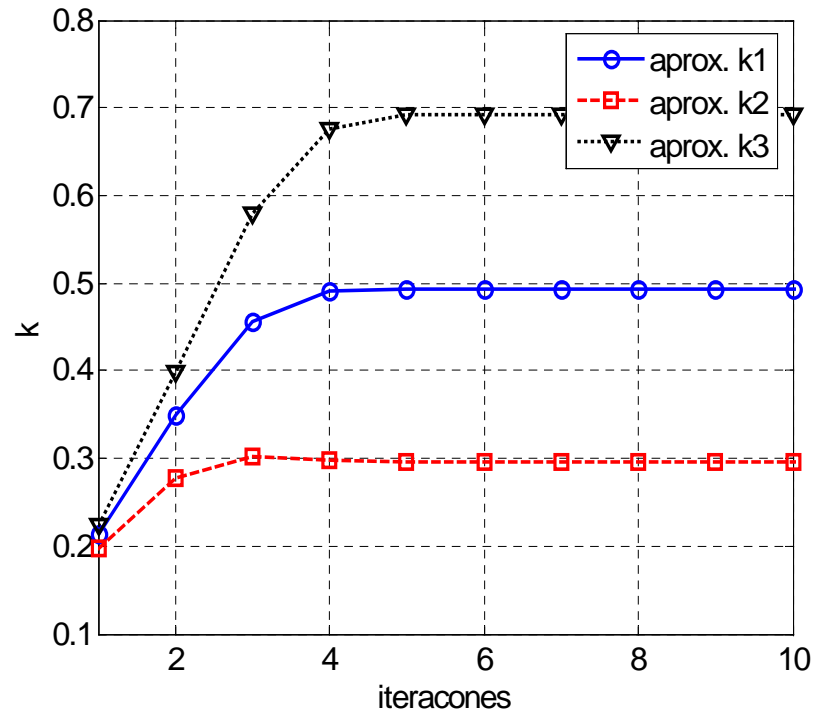
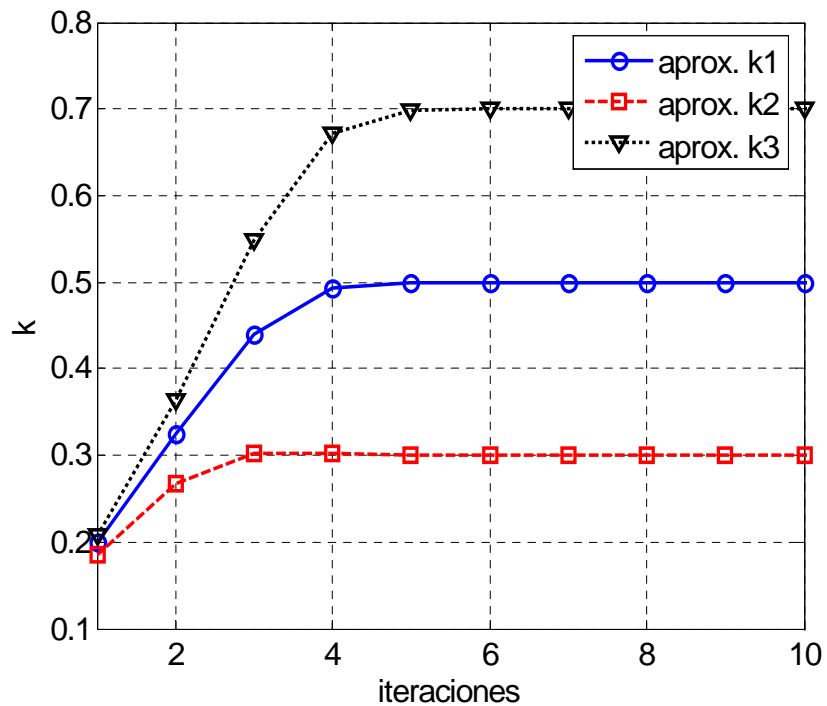
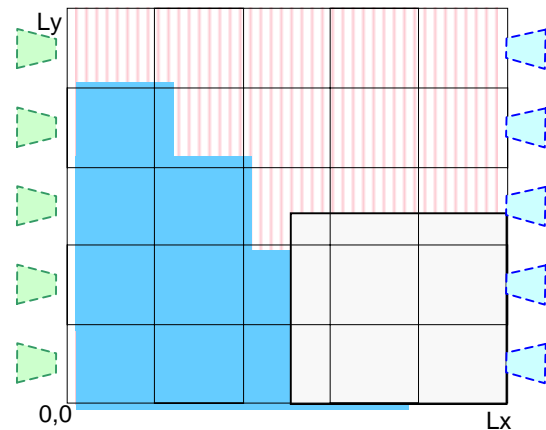
3 incognitas , 20 datos

Resultados

Medio Heterogéneo



$k_1=0.5$
 $k_2=0.3$
 $k_3=0.7$

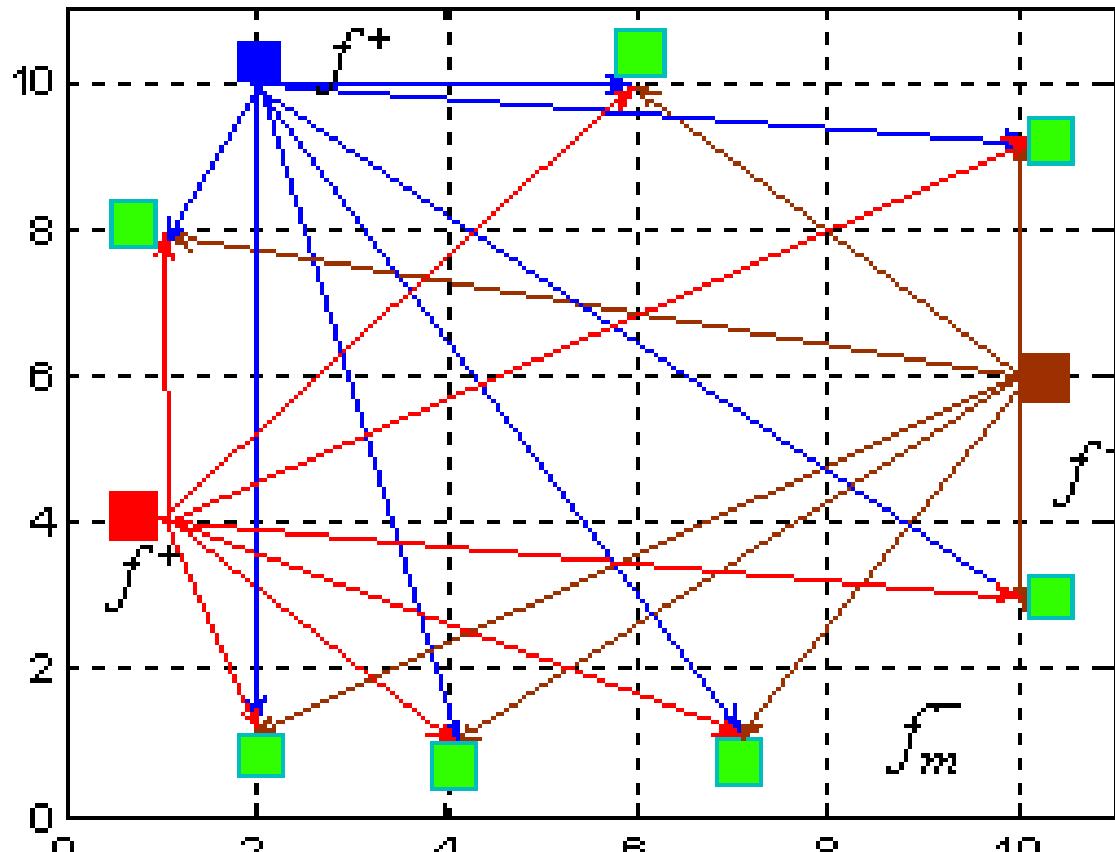


Ruido menores a 1.5%

y si?

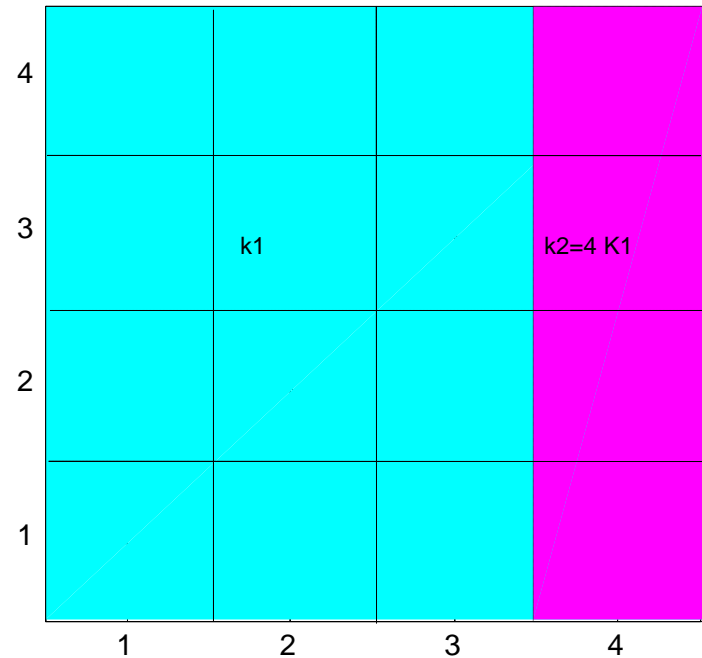
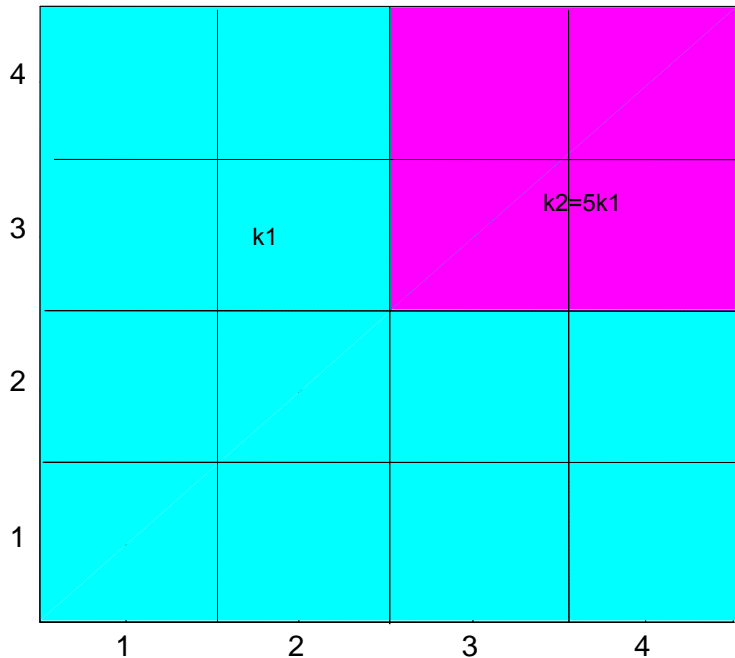
queremos saber la geometria de las regiones, y conocemos los posibles valores que puedan estar formado el medio.

Ejemplo



Este problema es resuelto con una estrategia de resistencia medias

Algunos ejemplos donde estimamos forma y los valores de la permeabilidad en un medio poroso, considerando medidas externas de presión



Seguimos trabajando para mejorar nuestros resultados, hasta la proxima